Institut National Polytechnique
Cycle Préparatoire -1ère année
Examen de Magnétisme du 11 juin 2012, durée : 1 h 30

Aucun document ni calculatrice n'est autorisé.

On rappelle que les correcteurs sont sensibles à la lisibilité des copies, à l'orthographe ainsi qu'au style, lequel -en aucun cas-ne doit être télégraphique. Les vecteurs de l'énoncé sont notés en ***gras****.*

1. INTERACTION DES COURANTS CIRCULANT DANS UNE SPIRE ET DEUX FILS RECTILIGNES APPARTENANT AU MEME PLAN

Partie 1:

Considérons un fil de longueur infinie parcourue par un courant d'intensité i d'axe $z'z$.

(a) Quel est le système de coordonnées le plus judicieux à utiliser. Justifier.

(b) Donner la ou les directions possibles du champ magnétique $\boldsymbol{B}$ créé par ce fil et les dépendances de ce même champ par l'étude des symétries et des invariances.

(c) Appliquer le théorème d'Ampère pour déterminer l'expression de $\boldsymbol{B}$ en tout point de l'espace.

Partie 2:

Une spire carrée indéformable de côté a et de centre $G(y_0,z_0)$ appartient au plan yOz (voir Fig.1). Elle est parcourue par un courant i constant dont le sens est indiqué. Les côtés CD et EF sont parallèles à $z'z$. Deux fils parallèles $z'z$ et $p'p$ sont situés, comme l'indique la figure, en $y = 0$ et $y = b$ et ils sont parcourus par des courants de valeurs absolues respectives I_1 et I_2 (le sens du courant est indiqué).
On prend $y0 > a/2$ et $b > y0 + a/2$.

(a) En utilisant les résultats de la Partie 1, déterminer la direction, le sens et l'intensité des champs magnétiques $\boldsymbol{B_1}$ et $\boldsymbol{B_2}$ résultant respectivement des courants I_1 et I_2 pour les points du plan yOz compris entre les 2 fils. $\boldsymbol{B_1}$ et $\boldsymbol{B_2}$ doivent être exprimés à l'aide des vecteurs unitaires $\boldsymbol{e_x}$, $\boldsymbol{e_y}$, $\boldsymbol{e_z}$ du repère donné à la Fig. 1.

(b) Calculer les flux Φ_1 et Φ_2 de $\boldsymbol{B_1}$ et $\boldsymbol{B_2}$ à travers la spire.

(c) Calculer les forces de Laplace s'exerçant sur chacun des quatre côtés en utilisant les vecteurs unitaires $\boldsymbol{e_x}$, $\boldsymbol{e_y}$, $\boldsymbol{e_z}$. En déduire la force résultante $\boldsymbol{F_L}$. Quelle est la valeur de $\boldsymbol{F_L}$ pour $I_1 = I_2$ et $b = 2y_0$? Pourquoi ?

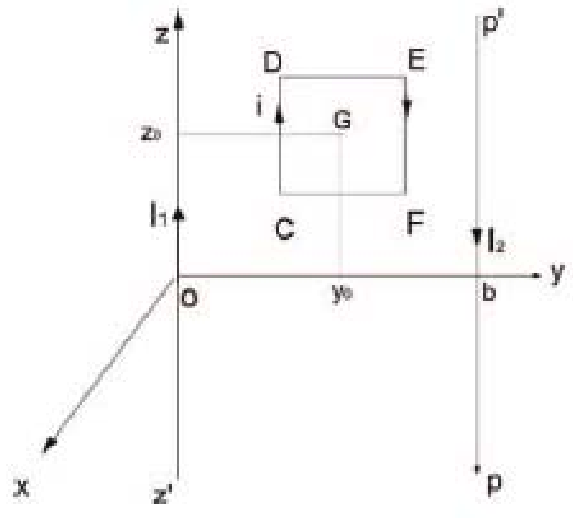

Fig. 1 – Spire + fils

2. FREINAGE ELECTROMAGNETIQUE

On désire calculer la force de Laplace qui s'exerce sur une spire plate circulaire de rayon R_2 placée dans un solénoïde semi-infini de rayon $R_1 >> R_2$, et de même axe (Oz) que le solénoïde. La spire est parcourue par un courant constant d'intensité I_2, dont l'orientation est donnée sur la Fig.2. Le solénoïde crée un champ magnétique $\boldsymbol{B}$ ressenti par la spire.

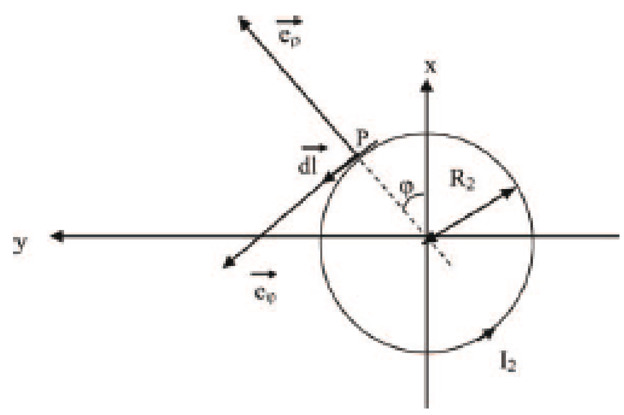

Fig. 2 – Spire circulaire.

(a) On cherche d'abord à calculer la force de Laplace exercée sur la spire dans le cas général où le champ magnétique du solénoïde est donné par $\boldsymbol{B} = B_\rho\, \boldsymbol{e_\rho} + B_z\, \boldsymbol{e_z}$, et où chacune des composantes $B_\rho\, \boldsymbol{e_\rho}$ et $B_z\, \boldsymbol{e_z}$ prend la même valeur en tout point de la spire.

i. Exprimer la force de Laplace $d\boldsymbol{F_L}$ exercée par le champ $\boldsymbol{B}$ sur l'élément $dl(P)$ de la spire en un point P de cette spire en fonction de I_2, dl et B.

ii. Donner l'expression du vecteur $\boldsymbol{dl}$ et en déduire les composantes de la force $d\boldsymbol{F_L}$ dans la base locale ($\boldsymbol{e_\rho}$, $\boldsymbol{e_\Theta}$, $\boldsymbol{e_z}$) liée au point P, en fonction de I_2, R_2, $d\Theta$, B_ρ et B_z.

iii. En déduire l'expression de la force $d\boldsymbol{F_L}$ dans la base Cartésienne ($\boldsymbol{e_x}$, $\boldsymbol{e_y}$, $\boldsymbol{e_z}$) et montrer que $d\boldsymbol{F_L} = I_2R_2B_z \cos\Theta\, d\Theta\, \boldsymbol{e_x} + I_2R_2B_z \sin\Theta\, d\Theta\, \boldsymbol{e_y} - I_2R_2B_\rho\, \Theta\, d\Theta\, \boldsymbol{e_z}$.

iv. En déduire les composantes dans la base cartésienne de la force de Laplace totale $\boldsymbol{F_L}$ exercée sur la spire.

(b) On se place maintenant dans le cas particulier où la spire est située dans le solénoïde et loin de l'extrémité de celui-ci. Le champ magnétique étant alors donné par $B_z = B_{int}$ et $B_\rho=0$, quelle est la force de Laplace totale $\boldsymbol{F_L}$ exercée sur la spire ? Qu'attendrait-on comme force de Laplace pour un circuit fermé dans un champ uniforme ?

(c) On se place maintenant dans le cas particulier où la spire est située près de l'extrémité du solénoïde. Le champ magnétique est alors donné par $B_z \neq 0$ et $B_\rho = K_\rho$, quelle est la force de Laplace totale $\boldsymbol{F_L}$ exercée sur la spire en fonction de K, R_2 et I_2 ?

(d) A partir des deux dernières questions, expliquer pourquoi un mouvement de translation de la spire suivant (Oz) ne peut être freiné par la force de Laplace que lorsque la spire s'approche de l'extrémité du solénoïde.

3. ENERGIE MAGNETIQUE PROPRE D'UN SOLENOIDE

Un solénoïde de longueur l et de rayon a (l » a) comportant n spires par unité de longueur est parcouru par un courant stationnaire d'intensité I.

(a) Calculer son énergie magnétique propre à partir de la densité volumique d'énergie.

(b) Retrouver l'expression du coefficient d'inductance propre de ce solénoïde.